1. Answer the following questions : $1\times10=10$

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) If $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ is defined by $f(x)=x^2-3x+2$, find $f(f(x))$. 1

যদি ফলন $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ অৰ সংজ্ঞা এনেদৰে দিয়া হয় যে $f(x)=x^2-3x+2$, তেন্তে $f(f(x))$ উলিওৱাঁ।

(b) What is the domain of the function $cosec^{-1}$? 1

ফলন $cosec^{-1}$ ৰ আদিক্ষেত্ৰ কি?

(c) Find X, If $Y=\begin{bmatrix}3 & 2\\ 1 & 4\end{bmatrix}$ and $2X+Y=\begin{bmatrix}1 & 0\\ -3 & 2\end{bmatrix}$. 1

যদি $Y=\begin{bmatrix}3 & 2\\ 1 & 4\end{bmatrix}$ আৰু $2X+Y=\begin{bmatrix}1 & 0\\ -3 & 2\end{bmatrix}$, তেন্তে X মৌলকক্ষটো উলিওৱাঁ।

(d) Let $|A|=k$. If B is the matrix obtained by interchanging two rows of A then $|B|=?$ 1

ধৰা হ'ল $|A|=k$ আৰু B মৌলকক্ষটো A ৰ দুটা শাৰী সালসলনি কৰি পোৱা হ'য়, তেন্তে $|B|=?$

Scanned by CamScanner

(e) Find $adj\,A$ when $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$. 1

$adj\,A$ উলিওৱাঁ, যদি $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$।

(f) Which one of the following is true? For the real function

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{if} \quad x \le 1 \\ x-2 & \text{if} \quad x > 1 \end{cases}$$ 1

(i) f is continuous at all real numbers $x > 1$ and $x < 1$

(ii) f is continuous at all real numbers $x \ge 1$

(iii) f is continuous at all real numbers $x \le 1$

(iv) f is continuous at $x = 1$.

বাস্তৱ ফলন এটাৰ সংজ্ঞা এনেদৰে দিয়া আছে,

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{যদি} \quad x \le 1 \\ x-2 & \text{যদি} \quad x > 1 \end{cases}$$

তলৰ কোনটো উক্তি সত্য?

(i) ফলন f $x > 1$ আৰু $x < 1$ হোৱা সকলো বাস্তৱ সংখ্যাৰ বাবে অবিচ্ছিন্ন

(ii) ফলন f সকলো বাস্তৱ সংখ্যা $x \ge 1$ ৰ বাবে অবিচ্ছিন্ন

(iii) ফলন f সকলো বাস্তৱ সংখ্যা $x \le 1$ ৰ বাবে অবিচ্ছিন্ন

(iv) ফলন f $x = 1$ বিন্দুত অবিচ্ছিন্ন।

Scanned by CamScanner

(g) What are the order and degree of the differential equation

$$\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)+x^2\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3=0\ ?$$ 1

$\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)+x^2\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3=0$ অৱকল সমীকৰণটোৰ ক্ৰম আৰু ঘাত লিখাঁ।

(h) Find the unit vector in the direction of the vector $\vec{a}+\vec{b}$ where $\vec{a}=2\hat{i}-\hat{j}+2\hat{k}$ and $\vec{b}=-\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}$. 1

ভেক্টৰ $\vec{a}+\vec{b}$ ৰ দিশত একক ভেক্টৰ কি হ'ব, য'ত $\vec{a}=2\hat{i}-\hat{j}+2\hat{k}$ আৰু $\vec{b}=-\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}$?

(i) What is the vector equation of the line passing through the points $(-1, 0, 2)$ and $(3, 4, 6)$? 1

$(-1, 0, 2)$ আৰু $(3, 4, 6)$ বিন্দু দুটাৰ মাজেৰে যোৱা ৰেখাডালৰ ভেক্টৰ সমীকৰণ কি হ'ব?

(j) What are the direction cosines of the normal to the plane $z=2$? 1

$z=2$ সমতলখনৰ অভিলম্বৰ দিশাংকবোৰ কিমান?

Scanned by CamScanner

2. Let L be the set of all lines in XY-plane and R be the relation in L defined as

$$R = \{(l_1,\ l_2)\ :\ l_1 \text{ is parallel to } l_2\}.$$

Show that R is an equivalence relation. Find the set of all lines related to the line $y = 2x + 4$. 3+1=4

ধৰা হ'ল L, XY সমতলত থকা সকলো ৰেখাৰ সংহতি। L সংহতিটোত R সম্বন্ধটো এনে ধৰণৰ

$R = \{(l_1,\ l_2)\ :\ l_1$ আৰু l_2 সমান্তৰাল $\}$। দেখুওৱাঁ যে R এটা সমতুল্য সম্বন্ধ।

$y = 2x + 4$ ৰেখাৰ লগত সম্বন্ধযুক্ত সকলো ৰেখাৰ সংহতিটো লিখাঁ।

OR / অথবা

Show that $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, given by $f(x) = \dfrac{x}{x+2}$ is one-one. Find the inverse of the function $f : [-1, 1] \rightarrow$ Range f.

2+2=4

দেখুওৱাঁ যে $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x}{x+2}$ ফলনটো একৈকী।

ফলন $f : [-1, 1] \rightarrow$ Range f অৰ বিপৰীত ফলন নিৰ্ণয় কৰাঁ।

3. Prove that 4

প্ৰমাণ কৰাঁ যে

$$\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}\right) = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\cos^{-1} x,\quad -\frac{1}{\sqrt{2}} \le x \le 1$$

Scanned by CamScanner

OR / অথবা

Show that 4

দেখুওৱাঁ যে

$$\sin^{-1}\frac{12}{13}+\cos^{-1}\frac{4}{5}+\tan^{-1}\frac{63}{13}=\pi$$

4. Express the following matrix as a sum of a symmetric and skew-symmetric matrix. 4

$$\begin{bmatrix} 3 & 3 & -1 \\ -2 & -2 & 1 \\ -4 & -5 & 2 \end{bmatrix}$$

তলত দিয়া মৌলকক্ষটো এটা সমমিত আৰু এটা বিষম সমমিত মৌলকক্ষৰ যোগফল হিচাপে প্ৰকাশ কৰাঁ

$$\begin{bmatrix} 3 & 3 & -1 \\ -2 & -2 & 1 \\ -4 & -5 & 2 \end{bmatrix}$$

OR / অথবা

If $A=\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ then prove that $A^n=\begin{bmatrix} 1+2n & -4n \\ n & 1-2n \end{bmatrix}$ where n is any positive integer. 4

যদি $A=\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ তেন্তে প্ৰমাণ কৰাঁ যে, $A^n=\begin{bmatrix} 1+2n & -4n \\ n & 1-2n \end{bmatrix}$ য'ত n এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা।

Scanned by CamScanner

5. If $x^{2/3}+y^{2/3}=a^{2/3}$, find $\frac{d^2y}{dx^2}$. 4

যদি $x^{2/3}+y^{2/3}=a^{2/3}$, তেন্তে $\frac{d^2y}{dx^2}$ নিৰ্ণয় কৰাঁ।

OR / অথবা

If $y=(tan^{-1}x)^2$, show that $(1+x^2)^2 \frac{d^2y}{dx^2}+2x(1+x^2)\frac{dy}{dx}-2=0$. 4

যদি $y=(tan^{-1}x)^2$, দেখুওৱাঁ যে $(1+x^2)^2 \frac{d^2y}{dx^2}+2x(1+x^2)\frac{dy}{dx}-2=0$.

6. State Mean value theorem and verify it for the following function :

$f(x)=x^2$ for $x\in[2, 4]$. 1+3=4

মধ্যমান উপপাদ্যটোৰ উক্তি লিখাঁ আৰু তলৰ ফলনটোৰ ক্ষেত্ৰত উপপাদ্যটোৰ সত্যতা পৰীক্ষা কৰাঁ ঃ

$f(x)=x^2$, য'ত $x\in[2, 4]$ ।

OR / অথবা

Find the equation of all lines having slope 2 and being tangent to the curve $y+\frac{2}{x-3}=0$. 4

$y+\frac{2}{x-3}=0$ বক্ৰৰ বাবে স্পৰ্শক আৰু প্ৰৱণতা 2 হোৱা সকলো ৰেখাৰ সমীকৰণ উলিওৱাঁ।

Scanned by CamScanner

7. Evaluate the following integrals :

তলৰ অনুকলবোৰৰ মান উলিওৱাঁ :

(i) $\int x(\log x)^2 dx$ 4

OR / অথবা

$$\int \frac{x\,dx}{(x-1)^2(x+2)}$$ 4

(ii) $\int_0^{\pi/2} \log \sin x\, dx$ 4

OR / অথবা

$$\int_{-1}^{2} \left| x^3 - x \right| dx$$ 4

8. Form the differential equation of the family of circles touching the y-axis at origin. 4

y অক্ষক মূল বিন্দুত স্পৰ্শ কৰা বৃত্ত পৰিয়ালটোৰ অৱকল সমীকৰণ গঠন কৰা।

OR / অথবা

Solve the differential equation $\sec^2 x \tan y\, dx + \sec^2 y \tan x\, dy = 0$. 4

$\sec^2 x \tan y\, dx + \sec^2 y \tan x\, dy = 0$ অৱকল সমীকৰণটোৰ সমাধান উলিওৱা।

Scanned by CamScanner

9. Solve the differential equation : 4

$$(x\,dy - y\,dx)\,y\sin\left(\frac{y}{x}\right) = (y\,dx + x\,dy)\,x\cos\left(\frac{y}{x}\right)$$

তলৰ অৱকল সমীকৰণটোৰ সমাধান উলিওৱা :

$$(x\,dy - y\,dx)\,y\sin\left(\frac{y}{x}\right) = (y\,dx + x\,dy)\,x\cos\left(\frac{y}{x}\right)$$

10. Find the area of the triangle with vertices (1, 1, 2), (2, 3, 5) and (1, 5, 5). 4

এটা ত্ৰিভুজৰ শীৰ্ষবিন্দু কেইটা (1, 1, 2), (2, 3, 5) আৰু (1, 5, 5) হ'লে, ত্ৰিভুজটোৰ কালি উলিওৱাঁ।

OR / অথবা

Prove that $(\vec{a}+\vec{b}).(\vec{a}+\vec{b}) = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2$, if and only if $\vec{a}, \vec{b}$ are perpendicular, given $\vec{a} \neq \vec{0}$, $\vec{b} \neq \vec{0}$. 4

প্ৰমাণ কৰাঁ যে, $(\vec{a}+\vec{b}).(\vec{a}+\vec{b}) = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2$ যদি আৰু যদিহে $\vec{a}$ আৰু $\vec{b}$ পৰস্পৰ লম্ব হয়, য'ত $\vec{a} \neq \vec{0}$, $\vec{b} \neq \vec{0}$.

Scanned by CamScanner

11. Find the shortest distance between the lines

$\vec{r}=(\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k})+\lambda(\hat{i}-\hat{j}+\hat{k})$ and

$\vec{r}=(2\hat{i}-\hat{j}-\hat{k})+\mu(2\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k})$. 4

$\vec{r}=(\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k})+\lambda(\hat{i}-\hat{j}+\hat{k})$ আৰু

$\vec{r}=(2\hat{i}-\hat{j}-\hat{k})+\mu(2\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k})$

ৰেখা দুডালৰ মাজৰ নিম্নতম দূৰত্ব উলিওৱাঁ।

OR / অথবা

Find the direction cosines of the unit vector perpendicular to the plane $\vec{r}.(6\hat{i}-3\hat{j}-2\hat{k})+1=0$ and passing through the origin. 4

মূল বিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা $\vec{r}.(6\hat{i}-3\hat{j}-2\hat{k})+1=0$ সমতলৰ লম্বদিশত একক ভেক্টৰৰ দিশাংকবোৰ উলিওৱাঁ।

12. A die is thrown twice and the sum of the numbers appearing is observed to be 6. What is the conditional probability that the number 4 has appeared at least once ? 4

এটা লুডুগুটি দুবাৰ নিক্ষেপ কৰা হ'ল আৰু দুয়োবাৰতে পোৱা সংখ্যা দুটাৰ যোগফল 6 পোৱা গ'ল। অতি কমেও এবাৰ 4 সংখ্যাটো পোৱাৰ চৰ্তসাপেক্ষ সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা।

OR / অথবা

Bag I contains 3 red and 4 black balls while another Bag II contains 5 red and 6 black balls. One ball is drawn at random from one of the bags and it is found to be red. Find the probability that it was drawn from Bag II. 4

প্ৰথমখন মোনাত 3টা ৰঙা আৰু 4টা ক'লা বল আছে আৰু দ্বিতীয়খন মোনাত 5টা ৰঙা আৰু 6টা ক'লা বল আছে। যাদৃচ্ছিকভাৱে এটা ব'ল যিকোনো এখন মোনাৰ পৰা লোৱা হ'ল আৰু ব'লটো ৰঙা পোৱা গ'ল। বলটো দ্বিতীয়খন মোনাৰ পৰা পোৱাৰ সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰাঁ।

Scanned by CamScanner

13. Solve the following system of equations by matrix method : 6

$$3x-2y+3z=8$$
$$2x+y-z=1$$
$$4x-3y+2z=4$$

তলত দিয়া সৰল সহসমীকৰণবোৰ মৌলকক্ষ পদ্ধতিৰে সমাধান কৰাঁ ঃ

$$3x-2y+3z=8$$
$$2x+y-z=1$$
$$4x-3y+2z=4$$

OR / অথবা

6

Show that

দেখুওৱাঁ যে

$$\begin{vmatrix} x & x^2 & y+z \\ y & y^2 & z+x \\ z & z^2 & x+y \end{vmatrix} = (y-z)(z-x)(x-y)(x+y+z).$$

14. Find the intervals in which the function

3+3=6

$f(x)=\sin 3x,\ x\in\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ is

(i) increasing

(ii) decreasing.

কি অন্তৰালত $f(x)=\sin 3x,\ x\in\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ ফলনটো

(i) বৰ্ধমান হ'ব ?

(ii) হ্ৰাসমান হ'ব ?

Scanned by CamScanner

OR / অথবা

Find the maximum and minimum values, if any, of the following function : 6

$$f(x) = \sin x - \cos x, \; 0 < x < 2\pi$$

তলৰ ফলনটোৰ গৰিষ্ঠ আৰু লঘিষ্ঠ মান, যদি আছে, উলিওৱাঁ ঃ

$$f(x) = \sin x - \cos x, \; 0 < x < 2\pi$$

15. Evaluate $\int_1^4 (x^2 - x)dx$ as the limit of a sum. 6

$\int_1^4 (x^2 - x)dx$ অক এটা যোগফলৰ সীমা হিচাপে প্ৰকাশ কৰি মান উলিওৱাঁ।

16. Find the area of the region enclosed by the parabola $x^2 = y$, the line $y = x + 2$ and x-axis. 6

অধিবৃত্ত $x^2 = y$, ৰেখা $y = x + 2$ আৰু x-অক্ষই আগুৰা ক্ষেত্ৰৰ কালি উলিওৱাঁ।

OR / অথবা

Find the area of the region enclosed between the two circles : $x^2 + y^2 = 4$ and $(x-2)^2 + y^2 = 4$. 6

Scanned by CamScanner

$x^2+y^2=4$ আৰু $(x-2)^2+y^2=4$ বৃত্ত দুটাই আগুৰা উমৈহতীয়া ক্ষেত্ৰৰ কালি উলিওৱাঁ।

17. Find the vector equation of the plane passing through the intersection of the planes $\vec{r}.(2\hat{i}+2\hat{j}-3\hat{k})=7$, $\vec{r}.(2\hat{i}+5\hat{j}+3\hat{k})=9$ and the point (2,1,3). 6

$\vec{r}.(2\hat{i}+2\hat{j}-3\hat{k})=7$ আৰু $\vec{r}.(2\hat{i}+5\hat{j}+3\hat{k})=9$ সমতল দুখনে কটাকটি কৰা ৰেখা আৰু (2,1,3) বিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা সমতলখনৰ ভেক্টৰ সমীকৰণ উলিওৱাঁ।

OR / অথবা

Find the equation of the plane which contains the line of intersection of the planes $\vec{r}.(\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k})-4=0$, $\vec{r}.(2\hat{i}+\hat{j}-\hat{k})+5=0$ and is perpendicular to the plane $\vec{r}.(5\hat{i}+3\hat{j}-6\hat{k})+8=0$. 6

$\vec{r}.(\hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k})-4=0$ আৰু $\vec{r}.(2\hat{i}+\hat{j}-\hat{k})+5=0$ সমতল দুখনে কটাকটি কৰা ৰেখাডালৰ মাজেৰে আৰু $\vec{r}.(5\hat{i}+3\hat{j}-6\hat{k})+8=0$ সমতলৰ লম্বভাৱে থকা সমতলখনৰ সমীকৰণ উলিওৱাঁ।

Contd.

Scanned by CamScanner

18. Solve the Linear Programming Problem graphically :

লৈখিক নিয়মেৰে তলৰ ৰৈখিক প্ৰগ্ৰেমিং সমস্যাটোৰ সমাধান উলিওৱাঁ ঃ

Maximize and Minimize $z = 6x + 3y$

subject to
$$4x + y \geq 80$$
$$x + 5y \geq 115$$
$$3x + 2y \leq 150$$
$$x \geq 0,\ y \geq 0.$$
6

$z = 6x + 3y$ ৰ সৰ্বোচ্চ আৰু সৰ্বনিম্ন মান উলিওৱাঁ

য'ত
$$4x + y \geq 80$$
$$x + 5y \geq 115$$
$$3x + 2y \leq 150$$
$$x \geq 0,\ y \geq 0.$$

OR / অথবা

Maximize and Minimize $z = 800x + 1200y$

subject to
$$3x + 4y \leq 60$$
$$x + 3y \leq 30$$
$$x \geq 0, y \geq 0.$$
6

$z = 800x + 1200y$ ৰ সৰ্বোচ্চ আৰু সৰ্বনিম্ন মান উলিওৱাঁ

য'ত
$$3x + 4y \leq 60$$
$$x + 3y \leq 30$$
$$x \geq 0, y \geq 0.$$

Scanned by CamScanner

19. Find the variance of the number obtained on a throw of an unbiased die. 6

অপক্ষপাতী লুডুগুটি এটা নিক্ষেপ কৰি পোৱা সংখ্যাৰ প্ৰসৰণ নিৰ্ণয় কৰাঁ।

OR / অথবা

A and *B* throw a die alternatively till one of them gets a '6' and wins the game. Find their respective probabilities of winning, if *A* starts first. 6

A আৰু *B* য়ে এটা লুডুগুটি ইজনৰ পিছত সিজনকৈ নিক্ষেপ কৰে আৰু তেওঁলোকৰ এজনে 6 পাই খেলখন জিকালৈকে নিক্ষেপ কাৰ্য চলি থাকে। যদি প্ৰথমে *A* ই আৰম্ভ কৰে তেন্তে তেওঁলোক উভয়ৰে খেলখন জিকাৰ যথানুক্ৰমিক সম্ভাৱিতা উলিওৱাঁ।

———×———

Scanned by CamScanner