KARNATAKA FOREST DEPARTMENT

ಕರ್ನಾಟಕ ಅರಣ್ಯ ಇಲಾಖೆ

PAPER CODE :
ಕೋಡ್ ಸಂಖ್ಯೆ : **MA**

TEST PAPER FOR
ಪ್ರಶ್ನೆ ಪತ್ರಿಕೆ ವಿಷಯ

MATHEMATICS
ಗಣಿತ

FORENOON SESSION OF 12TH DECEMBER 2011

12ನೇ ಡಿಸೆಂಬರ್ 2011ರ ಬೆಳಿಗ್ಗೆ

Time : 3 Hours | **Maximum Marks : 100**

ಸಮಯ : **3** ಗಂಟೆಗಳು | ಗರಿಷ್ಠ ಅಂಕಗಳು : **100**

INSTRUCTIONS :

1. Please keep away your mobile phone, calculator, slide rules and log tables before attempting the questions. Failure to do so can result in cancellation of your candidature.
2. There are **THIRTY** questions in this paper including **Twenty** multiple Options one correct type.
3. Please answer to the point to **all** questions. There are no marks for length of answers.
4. Please answer **all** the questions within the **answer booklet**. No extra sheets will be supplied to **any** candidate.

ಸೂಚನೆಗಳು :

1. ನಿಮ್ಮ ಮೊಬೈಲ್ ಮತ್ತು ಕ್ಯಾಲ್ಕುಲೇಟರ್‌ಗಳನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಾ ಕೊಠಡಿಗೆ ತರಬಾರದು. ತಪ್ಪಿದ್ದಲ್ಲಿ ನಿಮ್ಮ ಅಭ್ಯರ್ಥಿತ್ವವನ್ನು ಗಣನೆಗೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ.
2. ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಪತ್ರಿಕೆಯಲ್ಲಿ **ಮೂವತ್ತು** ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿದ್ದು ಒಂದು ಸರಿ ಉತ್ತರ ಇರುವ ಬಹು ಆಯ್ಕೆಯ **ಇಪ್ಪತ್ತು** ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು ಇರುತ್ತವೆ.
3. **ಮುಖ್ಯ** ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಲ್ಲಿ ಸೂಚಿಸಲಾದಂತೆ ಮಾತ್ರ ಉತ್ತರವನ್ನು ನೀಡುವುದು. ಅನಾವಶ್ಯಕ ಉತ್ತರಗಳಿಗೆ ಅಂಕಗಳನ್ನು ನೀಡುವುದಿಲ್ಲ.
4. ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರಗಳನ್ನು ನಿಮಗೆ ನೀಡಲಾಗಿರುವ **ಉತ್ತರ ಪುಸ್ತಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ** ಉತ್ತರಿಸಬೇಕು. ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಹಾಳೆಗಳನ್ನು ಯಾವುದೇ ಅಭ್ಯರ್ಥಿಗೂ ನೀಡಲಾಗುವುದಿಲ್ಲ.

PART – A (**1** Mark **Each**)

Please answer the **twenty** questions on page **1** of the answer booklet by writing the serial of the answer that you find to be most complete and correct.

1. The solutions of the congruence relation $3x \equiv 6 \bmod 51$ are in arithmetic progression. The common difference of the progression is _______

   (a) 3 (b) 6 (c) 2 (d) 17

2. $\lim_{x \to 0} (1+3x)^{\frac{1}{4x}} =$

   (a) $e^{\frac{4}{3}}$ (b) $e^{\frac{3}{4}}$ (c) e^3 (d) e^4

3. $\int_0^1 x^3(1-x^2)^9 dx =$

   (a) $\frac{1}{110}$ (b) $\frac{1}{55}$ (c) $\frac{1}{220}$ (d) $\frac{1}{180}$

4. The order of the differential equation of family of circles with radius 5 is _______

   (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 5

5. The point of intersection of the line $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{1}$ in the plane $2x + 2y + z + 5 = 0$ is _______

   (a) (1, 1, –9) (b) (–2, 0, –1) (c) (–1, –2, 1) (d) (3, 4, 3)

6. Which of the following is a sub group of G = {0,1, 2, 3, 4, 5} mod 6, w.r.t. + mod 6 ?

   (a) {0 1 2 3 4} mod 5 w.r.t + mod 5 (b) {1 2 3 4 5} mod 6 w.r.t x mod 6

   (c) {0 2 4} mod 6 w.r.t + mod 6 (d) {0 1} mod 2 w.r.t. + mod 2

7. The maximal ideal in the ring of rational numbers Q is _______

   (a) Z (b) 2 Z (c) {0} (d) Q

ಭಾಗ - ಎ

(ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೆ 1 ಅಂಕ)

ನಿಮಗೆ ಅತ್ಯಂತ ಸೂಕ್ತ ಮತ್ತು ಪರಿಪೂರ್ಣ ಎಂದೆನಿಸುವ ಉತ್ತರದ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಬರೆಯುವ ಮೂಲಕ ಉತ್ತರ ಪುಸ್ತಿಕೆಯ ೧ ನೇ ಪುಟದಲ್ಲಿನ ಇಪ್ಪತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ದಯವಿಟ್ಟು ಉತ್ತರಿಸಿರಿ.

1. $3x \equiv 6 \bmod 51$ ಎಂಬ ಅನುರೂಪ ಸಂಬಂಧದ ಪರಿಹಾರಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿವೆ. ಈ ಶ್ರೇಣಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು________

   (a) 3 (b) 6 (c) 2 (d) 17

2. $\lim_{x \to 0} (1 + 3x)^{\frac{1}{4x}} =$

   (a) $e^{\frac{4}{3}}$ (b) $e^{\frac{3}{4}}$ (c) e^3 (d) e^4

3. $\int_0^1 x^3(1-x^2)^9 dx =$

   (a) $\frac{1}{110}$ (b) $\frac{1}{55}$ (c) $\frac{1}{220}$ (d) $\frac{1}{180}$

4. 5 ರಷ್ಟು ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಗಳ ಕುಟುಂಬದ ವಿಕಲನ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಶ್ರೇಣಿಯು

   (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 5

5. $2x + 2y + z + 5 = 0$ ಸಮತಲದಲ್ಲಿ $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{1}$ ರೇಖೆಯ ಛೇದನ ಬಿಂದುವು______

   (a) (1, 1, –9) (b) (–2, 0, –1) (c) (–1, –2, 1) (d) (3, 4, 3)

6. ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು G = {0,1, 2, 3, 4, 5} mod 6, w.r.t. + mod 6 ಗೆ ಒಂದು ಉಪ ಗುಂಪಾಗಿದೆ ?

   (a) {0 1 2 3 4} mod 5 w.r.t + mod 5
   (b) {1 2 3 4 5} mod 6 w.r.t x mod 6
   (c) {0 2 4} mod 6 w.r.t + mod 6
   (d) {0 1} mod 2 w.r.t. + mod 2

7. ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ Q ನ ರಿಂಗ್‌ನಲ್ಲಿ ಗರಿಷ್ಟ ಆದರ್ಶವೆಂದರೆ________

   (a) Z (b) 2 Z (c) {0} (d) Q

ಪು.ತಿ.ನೋ.

8. For a parameter s and laplace transform L, L (e^{as}) =

(a) $\frac{1}{s-a}$ (b) $\frac{n!}{s^{(n+1)}}$ (c) $\frac{s}{s-a}$ (d) $\frac{a}{s^2+a^2}$

9. The real part of sin h(x + iy) is __________

(a) sin hx cos y (b) cos hx sin y (c) sin hx cos hy (d) sin x cos hy

10. The coefficient of x^{99} in the expansion of (x – 1) (x – 2)(x–3)_______(x – 100) is

(a) 99 (b) –10100 (c) 9900 (d) –5050

11. If R = xi + yj + zk then div R =

(a) 0 (b) 3 (c) 9 (d) 6

12. The solution of the partial differential equation $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + z = 0$ at, $x = 0, z = e^y$ and $\frac{\partial z}{\partial x} = 1$ is -

(a) z = sin x + e^y sec x (b) z = cos x – e^y

(c) z = sin x + e^y cos x (d) z = cos x – e^y sin x

13. The rank of the matrix $\begin{bmatrix} 3 & 6 & -3 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & -2 \end{bmatrix}$ is_______

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 0

14. If the displacement of a particle, which is in simple harmonic motion at any time t is x, then $\frac{dx}{dt}$ =

(a) $-a\mu \sin \mu t$ (b) $a \sin \mu t + b \cos \mu t$ (c) $a\mu \cos \mu t$ (d) $a\mu \sin \mu t + b$

15. If f(z) is analytic within and on the circle C : $|z - a| = r$, with $|f(z)| \leq m$, then $|f^n(a)|$ is

(a) less than or equal to $\frac{n!}{r^n}$ (b) greater than or equal to $m\frac{n!}{r^n}$

(c) only equal to $\frac{m.n!}{r^n}$ (d) less than or equal to $\frac{n!m}{r^n}$

8. ಒಂದು ಅಂಶ s ಮತ್ತು ಲಾಪ್ಲಾಸ್ ರೂಪಾಂತರ Lಗೆ, L (e^{as}) =

(a) $\frac{1}{s-a}$ (b) $\frac{n!}{s^{(n+1)}}$ (c) $\frac{s}{s-a}$ (d) $\frac{a}{s^2+a^2}$

9. sin h(x + iy) ನ ನೈಜ ಭಾಗವು________

(a) sin hx cos y (b) cos hx sin y (c) sin hx cos hy (d) sin x cos hy

10. (x – 1) (x – 2)(x–3)________(x – 100)ನ ವಿಸ್ತರಣೆಯಲ್ಲಿ x^{99}ನ ಸಹಾಂಕವು________

(a) 99 (b) –10100 (c) 9900 (d) –5050

11. R = xi + yj + zk ಆದರೆ div R =

(a) 0 (b) 3 (c) 9 (d) 6

12. $x=0, z=e^y$ ಮತ್ತು $\frac{\partial z}{\partial x}=1$ ನಲ್ಲಿ $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+z=0$ ಎಂಬ ಭಾಗಶಃ ವಿಕಲನ ಸಮೀಕರಣದ ಪರಿಹಾರವು________

(a) z = sin x + e^y sec x (b) z = cos x – e^y

(c) z = sin x + e^y cos x (d) z = cos x – e^y sin x

13. $\begin{bmatrix} 3 & 6 & -3 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & -2 \end{bmatrix}$ ಎಂಬ ಮಾತೃಕೆಯ ರ್‍ಯಾಂಕ್________

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 0

14. ಯಾವದೇ ಸಮಯ t ನಲ್ಲಿ ಸರಳ ಸಂಗತ ಚಲನೆಯಲ್ಲಿರುವ (simple harmonic motion) ಒಂದು ವಸ್ತುವು ಕ್ರಮಿಸುವ ದೂರವು x ಆದರೆ, $\frac{dx}{dt}$ =

(a) $-a\mu \sin\mu t$ (b) $a\sin\mu t + b\cos\mu t$ (c) $a\mu\cos\mu t$ (d) $a\mu\sin\mu t + b$

15. f(z) ಎಂಬುದು $|f(z)| \le m$, ನೊಂದಿಗಿನ $C: |z-a| = r$ ಎಂಬ ವೃತ್ತದ ಒಳಗೆ ಮತ್ತು ಮೇಲಿನ ಒಂದು ವಿಭಾಜಕವಾದರೆ (analytic), ಆಗ, $|f^n(a)|$ =

(a) $\le \frac{n!}{r^n}$ (b) $\ge m\frac{n!}{r^n}$ (c) $=\frac{m.n!}{r^n}$ ಮಾತ್ರ (d) $\le \frac{n!m}{r^n}$

16. $\int_c \frac{z^2 - z + 1}{z - 1} dz$, where c: |z| =1, is ________

(a) 2π (b) $2\pi i$ (c) πi (d) $-2\pi i$

17. For a 3×3 matrix A, |2A| = |adj. A|. Then | A | =

(a) 3 (b) 2 (c) 8 (d) 16

18. For a forward difference operator $\Delta, \Delta^3 y =$

(a) $y_3 - 3y_2 - 3y_1 + y_0$ (b) $y_3 - 3y_2 + 3y_1 - y_0$

(c) $y_3 - 3y_2 + 3y_1 + 1$ (d) $y_3 - 3y_2 - 3y_1 + 1$

19. Using Rungekutta method of fourth order to solve $\frac{dy}{dx} = f(x, y), y(x_0) = y_0$,

$y_1 = y_0 + k$, where k =

(a) $k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4$ (b) $\frac{1}{2}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$

(c) $\frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$ (d) $\frac{1}{4}(k_1 + k_2 + k_3 + k_4)$

20. The trapezoidal rule for numerical integration is given by $\int_a^b f(x)dx =$

(a) $\frac{h}{2}(y_0 + y_1 + y_2 + ... + y_n)$

(b) $\frac{h}{2}(y_0 + 2y_1 + 4y_2 + 2y_3 + 4y_4 + ... + y_n)$

(c) $\frac{h}{2}(y_0 + 2y_1 + 2y_2 + ... + 2y_{x-1} + y_n)$

(d) $\frac{h}{3}(y_0 + 2y_1 + 4y_2 + 2y_3 + 4y_4 + ... + 4y_{x-1} + y_n)$

16. $\int_{c} \frac{z^2 - z + 1}{z - 1} dz$, ಮತ್ತು c: |z| =1, ಆದರೆ________

(a) 2π (b) $2\pi i$ (c) πi (d) $-2\pi i$

17. ಒಂದು 3×3 ಮಾತೃಕೆ Aಗೆ, |2A| = |adj A| ಆಗ, | A | =

(a) 3 (b) 2 (c) 8 (d) 16

18. Δ ಎಂಬ ಒಂದು ಮುಂದಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ನಿರ್ವಾಹಕಕ್ಕೆ, $\Delta^3 y$ =

(a) $y_3 - 3y_2 - 3y_1 + y_0$ (b) $y_3 - 3y_2 + 3y_1 - y_0$

(c) $y_3 - 3y_2 + 3y_1 + 1$ (d) $y_3 - 3y_2 - 3y_1 + 1$

19. ನಾಲ್ಕನೇ ಶ್ರೇಣಿಯ ರುಂಗೆ ಕುಟ್ಟಾ ವಿಧಾನವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು, $\frac{dy}{dx} = f(x, y), y(x_0) = y_0$, ಅನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಿರಿ $y_1 = y_0 + k$, ಇಲ್ಲಿ k =

(a) $k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4$ (b) $\frac{1}{2}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$

(c) $\frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$ (d) $\frac{1}{4}(k_1 + k_2 + k_3 + k_4)$

20. ಸಾಂಖ್ಯಿಕ ಅನುಕಲನಕ್ಕಾಗಿನ ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ನಿಯಮವು $\int_a^b f(x)dx$ =

(a) $\frac{h}{2}(y_0 + y_1 + y_2 + ... + y_n)$

(b) $\frac{h}{2}(y_0 + 2y_1 + 4y_2 + 2y_3 + 4y_4 + ... + y_n)$

(c) $\frac{h}{2}(y_0 + 2y_1 + 2y_2 + ... + 2y_{x-1} + y_n)$

(d) $\frac{h}{3}(y_0 + 2y_1 + 4y_2 + 2y_3 + 4y_4 + ... + 4y_{x-1} + y_n)$

PART – B (4 Mark **Each**)

Answer **all** questions of this Part.

21. a) Let $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ be a series that has no negative terms

If $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$ is a convergent series such that $a_n \leq C_n$ for all n then prove that $\sum_{i=1}^{n} a_n$ is also convergent.

OR

b) Let $\sum a_n$ be a series with $a_n \geq 0$, for $n \geq n_0$, and suppose that $\sqrt[n]{a_n} \to \int$. Then prove that the series in convergent if $\int < 1$.

22. a) Prove that Kernel of a homomorphism $\phi : R \to R^1$ is an ideal.

OR

b) Prove that the condition for three planes

$a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$, $a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$ and $a_3x + b_3y + c_3z + d_3 = 0$ to intersect in a line is that $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 0$

23. a) If $\phi(x, y), \psi(x, y) \phi_y$ and ψ_x are continuous in a region E of the xy – plane bounded by a closed curve c then prove that________

$$\int_c (\phi dx + \psi dy) = \iint_E \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dx\, dy.$$

OR

b) Using the statement of De. Moivres theorem for integer values prove the theorem for rational values of n.

ಭಾಗ – ಬಿ **(ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ4 ಅಂಕಗಳು)**

ಈ ಭಾಗದಲ್ಲಿನ **ಎಲ್ಲಾ** ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿರಿ.

21. a) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ಋಣ ಪದಗಳೇ ಇರದ ಒಂದು ಸರಣಿಯಾಗಿರಲಿ

$\sum_{n=1}^{\infty} c_n$ ಒಂದು ಸಂಯೋಜಕ ಸರಣಿಯಾಗಿದ್ದು, n ನ ಎಲ್ಲಾ ಮೌಲ್ಯಗಳಿಗೆ $a_n \leq C_n$ ಆಗಿರಲಿ

ಹಾಗಾದರೆ, $\sum_{i=1}^{n} a_n$ ಕೂಡ ಸಂಯೋಜಕವೆಂದು ನಿರೂಪಿಸಿರಿ.

ಅಥವಾ

b) $\sum a_n$ ಎಂಬುದು $a_n \geq 0,\ n \geq n_0$, ನೊಂದಿಗಿನ ಒಂದು ಸರಣಿಯಾಗಿರಲಿ ಮತ್ತು $\sqrt[n]{a_n} \to \int$ ಆಗಿರಲಿ. ಹಾಗಾದರೆ, $\int < 1$ ಆದರೆ ಸರಣಿಯು ಸಂಯೋಜಕವೆಂದು ನಿರೂಪಿಸಿರಿ.

22. a) $\phi : R \to R^1$ ಎಂಬ ಒಂದು ಸಮರೂಪದ ಕೆರ್ನಲ್ ಆದರ್ಶವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ನಿರೂಪಿಸಿರಿ.

ಅಥವಾ

b) $a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0,\ a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$ ಹಾಗೂ $a_3x + b_3y + c_3z + d_3 = 0$

ಎಂಬ ಮೂರು ಸಮತಲಗಳು ಒಂದು ರೇಖೆಯಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಲು ಬೇಕಾದರೆ $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} = 0$,

ಎಂದು ನಿರೂಪಿಸಿ.

23. a) ಒಂದು ವೇಳೆ, $\phi(x, y), \psi(x, y) \phi_y$ ಮತ್ತು ψ_x ಎಂಬ ಒಂದು ಸಂವೃತ ವಕ್ರದಿಂದ ಸುತ್ತುವರೆಯಲ್ಪಟ್ಟ xy – ಸಮತಲದ ಒಂದು ಪ್ರದೇಶ E ನಲ್ಲಿ ಸತತವಾದರೆ, ಇದನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ

$$\int_c (\phi dx + \psi dy) = \iint_E \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dx\, dy.$$

ಅಥವಾ

b) ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಮೌಲ್ಯಗಳಿಗೆ ಡಿ ಮಾಯ್ರೆ ಪ್ರಮೇಯದ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಎನ್ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮೌಲ್ಯಗಳಿಗೆ (rational numbers) ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಸಾಧಿಸಿರಿ.

24. a) If v_1, v_2... v_n are in a vector space V, then prove that either they are linearly independent or some v_k is a linear combination of preceding ones v_1, v_2, v_{k-1}...

OR

b) If f (z) is analytic function and f'(z) is continuous at each point within and on a closed curve c, prove that $\int_c f(z)\,dz = 0$

25. a) Derive Newton-Raphson method to find a root of the equation f(x) = 0

OR

b) Prove that in a determinant if two rows are interchanged then the value of the determinant changes sign.

PART – C (**12** Mark **Each**)

Answer **all** questions of this Section.

26. Answer **any two** of the following questions for **6** marks **each**.

i) If p is a prime number prove that (p – 1)! = –1 mod p.

ii) Find the intervals in which $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$ is increasing or in which decreasing. Hence find relative extremum.

iii) Solve the differential equation $y' + \frac{2}{x}y = x^2 + 1$

27. Answer **any two** of the following questions, for **6** marks **each.**

i) If H is a non empty finite subset of a group G and H is closed under multiplication prove that H is a sub group of G.

ii) In a three dimensional space if α, β, γ, δ are the angles made by a straight line with the diagonals of a cube, prove that $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma + \cos^2\delta = \frac{4}{3}$.

iii) Find the Laplace transform of $\frac{\cos at - \cos bt}{t}$.

24. a) ಒಂದು ವೇಳೆ$v_1, v_2 ... v_n$ V ಎಂಬ ವೆಕ್ಟಾರ್ ಸ್ಪೇಸ್ ನಲ್ಲಿದ್ದರೆ, ಅವೆಲ್ಲವೂ ಸರಳವಾಗಿ ಸ್ವತಂತ್ರವಾಗಿರುತ್ತವೆ (linearly independent) ಅಥವಾ ಯಾವುದೇ ಒಂದು v_k. v_1, v_2, v_{k-1}...ಮುಂತಾದ ಹಿಂದಿನ ಮೌಲ್ಯಗಳ ಒಂದು ಸರಳ ಸಂಯೋಜನೆ(linear combination) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿರಿ.

ಅಥವಾ

b) f (z) ಒಂದು ವಿಭಾಜಕ ಕಾರ್ಯವಾಗಿದ್ದು, (analytic function) f'(z)c ಎಂಬ ಒಂದು ಸಂವೃತ ವಕ್ರದೊಳಗೆ ಮತ್ತು ಮೇಲಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲೂ ನಿರಂತರವಾಗಿದ್ದರೆ, $\int_c f(z)\,dz = 0$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿರಿ.

25. a) $f(x) = 0$ ಎಂಬ ಸಮೀಕರಣದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ನ್ಯೂಟನ್-ರಾಫ್ಸನ್ ವಿಧಾನವನ್ನು ಪಡೆಯಿರಿ.

ಅಥವಾ

b) ಒಂದು ಡಿಟರ್ಮಿನೆಂಟ್‌ನಲ್ಲಿನ, ಎರಡು ಸಾಲುಗಳನ್ನು ಅದಲುಬದಲು ಮಾಡಿದಾಗ, ಡಿಟರ್ಮಿನೆಂಟ್‌ನ ಮೌಲ್ಯವು ತನ್ನ ಚಿಹ್ನೆಯನ್ನು ಬದಲಿಸುತ್ತದೆ, ಸಾಧಿಸಿರಿ.

ಭಾಗ - ಸಿ **(ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ12 ಅಂಕಗಳು)**

ಈ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿರಿ.

26. ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ **ಎರಡು** ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೆ **ಆರು** ಅಂಕಗಳಿರುತ್ತವೆ.

i) p ಎಂಬುದು ಒಂದು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ (prime number) ಯಾದರೆ, $(p-1)! = -1 \bmod p$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿರಿ.

ii) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$ ಹೆಚ್ಚುತ್ತಿರುವ ಮತ್ತು ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತಿರುವ ಮಧ್ಯಂತರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಆದ್ದರಿಂದ, ಸಾಪೇಕ್ಷ ತೀವ್ರತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

iii) ವಿಕಲನ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಿ. $y' + \frac{2}{x}y = x^2 + 1$

27. ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ **ಎರಡು** ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೆ **ಆರು** ಅಂಕಗಳಿರುತ್ತವೆ.

i) H ಎಂಬುದು G ಎಂಬ ಗುಂಪಿನ ಒಂದು ತುಂಬಿದ, ಎಣಿಸಬಲ್ಲ ಉಪಗಣವಾಗಿದ್ದು, ಗುಣಾಕಾರದಡಿಯಲ್ಲಿ ಸಂವೃತವಾಗಿದ್ದರೆ, H ಉಪ ಗುಂಪು ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿರಿ.

ii) ಒಂದು ಮೂರು-ಆಯಾಮದspaceದಲ್ಲಿ $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ಒಂದು ಘನದ ವಿಕರ್ಣಗಳೊಂದಿಗೆ ಒಂದು ಸರಳ ರೇಖೆಯು ಮಾಡಿದ ಕೋನಗಳಾದರೆ, $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma + \cos^2\delta = \frac{4}{3}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

iii) $\frac{\cos at - \cos bt}{t}$ ನ ಲಾಪ್ಲಾಸ್ ರೂಪಾಂತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

28. Answer **any two** of the following questions, for **6** marks **each**.

   i) If $i = \sqrt{-1}$ is a root of the equation $x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x + 2 = 0$. Find the remaining roots.

   ii) A particle moves along the curve $R = (t^3 - 4t)i + (t^2+4t)j+(8t^2 - 3t^3)k$ where t is time. Find the magnitude of acceleration along the tangent at time t = 2

   iii) Find the deflection of a vibrating string of unit length having fixed ends with initial velocity zero and initial deflection f(x) = k(sin x – sin 2x).

29. Answer **any two** of the following questions, for **6** marks **each**.

   i) Find the values of λ for which the equations

   $(\lambda - 1)x + (3\lambda + 1)y + 2\lambda z = 0$

   $(\lambda - 1)x + (4\lambda - 1)y + (\lambda + 3)z = 0$

   $2x + (3\lambda + 1)y + 3(\lambda - 1)z = 0$ are consistent.

   ii) Prove that $f(z) = x^3 - 3xy^2 + i\,(3x^2y - y^3)$ is analytic for all values of z.

   iii) Evaluate $\int_c f(z)dz$, where $f(z) = e^t$, c is the line joining (0 0) to (2, $\pi/4$)

30. Answer **any two** of the following questions, for **6** marks **each**.

   i) Solve 3x + y + z = 2

   x – 2y + 2z = 3

   4x + y + z = 3 using Cramers rule.

   ii) Evaluate $\int_0^4 \frac{dx}{1+x^2}$, using Simpson $\frac{1}{3}$ rule by taking 8 sub intervals.

   iii) Using Lagrange's interpolation, find f(9), using the table

x	5	7	11	13	17
f(x)	150	392	1452	236	5202

28. ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ **ಎರಡು** ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೆ **ಆರು** ಅಂಕಗಳಿರುತ್ತವೆ.

i) ಒಂದು ವೇಳೆ $i = \sqrt{-1}$ ಎಂಬುದು $x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x + 2 = 0$ ಸಮೀಕರಣದ ಒಂದು ಮೂಲವಾದರೆ, ಉಳಿದ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ii) ಒಂದು ವಸ್ತುವು $R = (t^3 - 4t)i + (t^2+4t)j+(8t^2 - 3t^3)k$ ಎಂಬ ವಕ್ರದ ಸುತ್ತ ಚಲಿಸುತ್ತದೆ. ಇಲ್ಲಿ 't' ಎಂದರೆ ಸಮಯ. $t = 2$ ಆದಾಗ, ಸ್ಪರ್ಶಕದೊಂದಿಗೆ (tangential) ವೇಗೋತ್ಕರ್ಷದ ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

iii) ಆರಂಭಿಕ ವೇಗ ಶೂನ್ಯ ಮತ್ತು ಆರಂಭಿಕ ತಿರುವು $f(x) = k(\sin x - \sin 2x)$ ಹೊಂದಿರುವ, ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ತುದಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಏಕಮಾನದ ಉದವಿರುವ ಕಂಪಿಸುತ್ತಿರುವ ತಂತಿಯ ತಿರುವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

29. ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ **ಎರಡು** ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೆ **ಆರು** ಅಂಕಗಳಿರುತ್ತವೆ.

i) ಕೆಳಗಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳು consistent ಇದ್ದರೆ, λ ನ ಮೌಲ್ಯಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$(\lambda - 1)x + (3\lambda + 1)y + 2\lambda z = 0$$

$$(\lambda - 1)x + (4\lambda - 1)y + (\lambda + 3)z = 0$$

$$2x + (3\lambda + 1)y + 3(\lambda - 1)z = 0.$$

ii) Z ನ ಎಲ್ಲಾ ಮೌಲ್ಯಗಳಿಗೆ $f(z) = x^3 - 3xy^2 + i\,(3x^2y - y^3)$ ವಿಭಾಜಕವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

iii) $\int_c f(z)dz$, ಸಾಧಿಸಿ. ಇಲ್ಲಿ $f(z) = e^t$ ಮತ್ತು c ಎಂಬುದು (0, 0) ಮತ್ತು $(2, \pi/4)$ ನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖೆ.

30. ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ **ಎರಡು** ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದಕ್ಕೆ **ಆರು** ಅಂಕಗಳಿರುತ್ತವೆ.

i) ಕ್ರೇಮರ್'ನ ನಿಯಮವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು ಸಾಧಿಸಿ

$3x + y + z = 2$

$x - 2y + 2z = 3$

$4x + y + z = 3.$

ii) 8 ಉಪ ಮಧ್ಯಂತರಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು, ಸಿಂಪ್ಸನ್'ನ $\frac{1}{3}$ ನಿಯಮವನ್ನು ಬಳಸಿ, $\int_0^4 \frac{dx}{1+x^2}$,ನ್ನು ಸಾಧಿಸಿ.

iii) ಲೆಗ್ರಾಂಜನ ಇಂಟರ್ಪೋಲೇಶನ್ ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು, ಈ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ, f(9) ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

x	5	7	11	13	17
f(x)	150	392	1452	236	5202

SPACE FOR ROUGH WORK

ಚಿತ್ತು ಬರಹಕ್ಕಾಗಿ ಸ್ಥಳ

SPACE FOR ROUGH WORK

ಚಿತ್ತು ಬರಹಕ್ಕಾಗಿ ಸ್ಥಳ